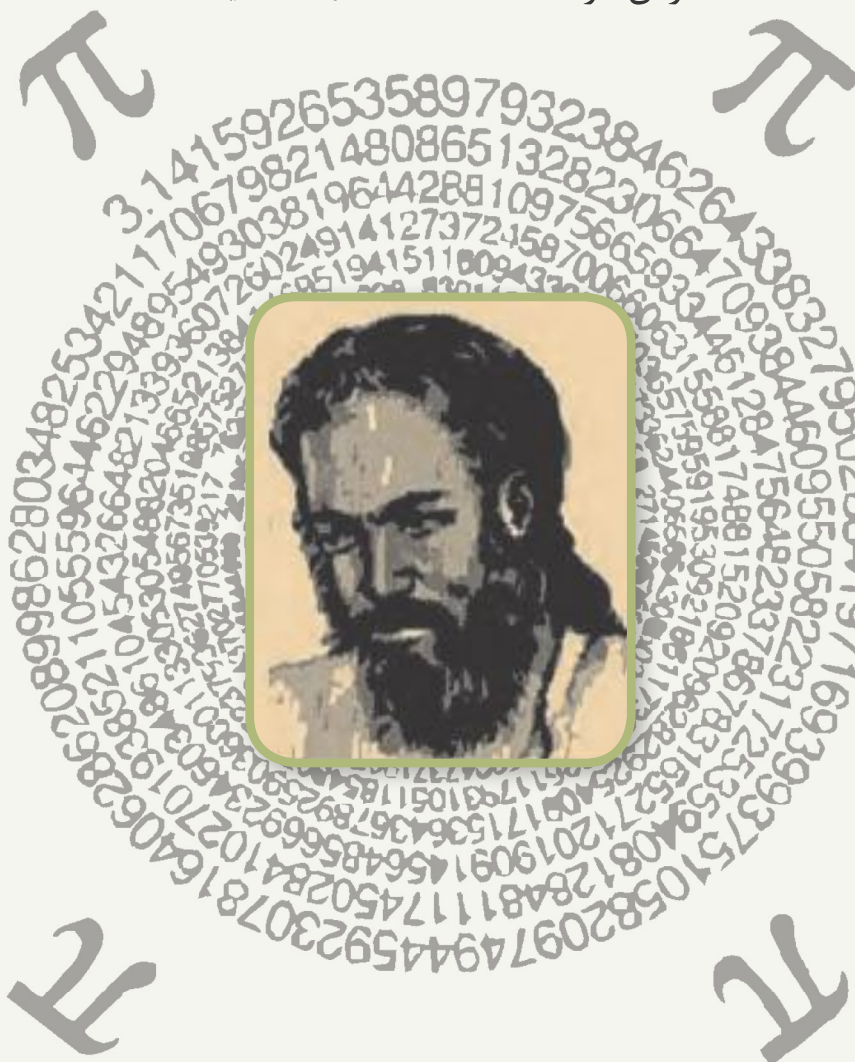




عددهای حقیقی



«... وَ أَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَ أَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا»
 «... و او (خداوند) به آنچه نزد آنهاست احاطه دارد و همه چیز را به عدد
 شمارش کرده است.» (سوره جن، آیه ۲۸)



غیاث‌الدین جمشید کاشانی زبردست‌ترین حسابدان، برجسته‌ترین ریاضی‌دان دوره اسلامی و از بزرگ‌ترین
 مفاخر تاریخ ایران به‌شمار می‌رود. کاشانی به روشی کاملاً خلاقانه و از طریق محاسبه و مقایسه محیط
 چندضلعی‌های محاطی و محیطی توانست عدد π که عددی **حقیقی** و **گنگ** است را تا ۱۶ رقم بعد از اعشار
 محاسبه کند که تا حدود ۱۵۰ سال پس از وی کسی در جهان نتوانست با دقت بهتری آن را محاسبه کند. او در
 ابتدای رساله محیطیه خود به زبان ریاضی به نام خدا را چنین بیان می‌کند:
 «به نام او که از اندازه نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است.»

۱- در فصل گذشته با نمایش‌های مختلف مجموعه‌های اعداد آشنا شدید. عبارتهای زیر را مانند

نمونه کامل کنید :

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N} x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی کوچکتر یا مساوی ۲	$\{x \in \mathbb{W} x \leq 2\}$ $\{0, 1, 2\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۳ و ۲	$\{x \in \mathbb{Z} -3 < x < 2\}$ $\{-2, -1, 0, 1\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگ‌تر از -۱	$\{x \in \mathbb{Z} x > -1\}$ $\{0, 1, 2, \dots\}$	

نامساوی $x \geq 3$ برای کدام یک از عددهای زیر درست است؟

۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ✓

در مورد محدودیت‌ها و مزایا و معایب هر کدام از روش‌های نمایش مجموعه در کلاس گفت‌وگو کنید.

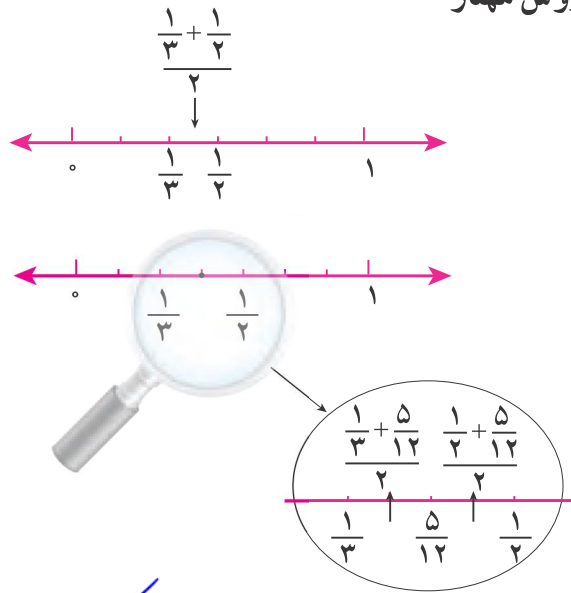
۲- می‌خواهیم بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ چند کسر بنویسیم. روش‌های مختلفی را که چهار دانش‌آموز نوشته‌اند، بررسی و کامل کنید؛ راه حل هر کدام را توضیح دهید.

<p style="text-align: center;">روش بهار</p> $\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{2}$ $\frac{2}{6} < ? < \frac{3}{6}$ $\frac{4}{12} < \frac{5}{12} < \frac{6}{12}$ $\frac{6}{18} < \frac{7}{18}, \frac{8}{18} < \frac{9}{18}$	<p style="text-align: center;">روش مریم</p> $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
---	---

$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{2} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$



الف) دو کسر با مخرج مساوی را در نظر بگیرید. هر چه در فاصله صورت‌ها آن فاصله شود، اعداد بزرگ‌تر می‌توانیم بین آن‌ها پیدا کنیم.

ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می‌توان با نوشتن عضوها نشان داد؟ چرا؟
ج) آیا می‌توان مجموعه عددهای گویا را با محور اعداد نمایش داد؟
د) عددهای گویا را به زبان نمادین معرفی کنید.

$$\left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

کار در کلاس

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} < \frac{6}{10} < \frac{8}{10} < \frac{11}{10} < \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

۱- بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{2}$ سه کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

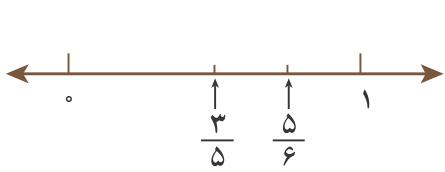
۲- بین $-\frac{1}{3}$ و -1 دو کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

$$-1 = -\frac{4}{4} = -\frac{9}{9} < -\frac{5}{6} < -\frac{4}{6} < -\frac{1}{3} = -\frac{2}{6}$$

فعالیت

۱- می‌خواهیم کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{7}{8}$ و $\frac{5}{9}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم.

روش‌های مختلفی را که دانش‌آموزان به کار برده‌اند، با هم مقایسه کنید؛ هر کدام را توضیح دهید و در صورت لزوم کامل کنید.



روش شاهد: شاهد به صورت تقریبی کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ را روی محور مشخص کرده است. آیا به نظر شما استفاده از این روش برای نمایش دو کسر دیگر مناسب است؟ خیر

روش مرتضی: مرتضی مخرج مشترک کسرها را پیدا کرد و با هم مخرج کردن کسرها، آنها را

مقایسه می کند. توضیح دهید که عدد 360 چگونه به دست می آید. کار مرتضی را کامل کنید: *ک م ا ا ا ا و ۸ و ۹ و ۰ و ۳٪*

$$\frac{5}{9} = \frac{200}{360}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{315}{360}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{300}{360}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{216}{360}$$

روش مجید: مجید به کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری هر کسر را تا دو رقم اعشار

نوشت. شما کار او را کامل، و کسرها را مقایسه کنید:

$$\frac{5}{9} = 0.55$$

$$\frac{7}{8} = 0.87$$

$$\frac{5}{6} = 0.83$$

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

در مورد روش های مختلف و ویژگی های هر کدام در کلاس گفت و گو کنید.

۲- با استفاده از تقسیم، نمایش اعشاری کسرهای زیر را بنویسید:

$$\frac{3}{8} = 0.375$$

$$\frac{1}{3} = 0.333$$

$$\frac{7}{6} = 1.166$$

الف) بین نمایش اعشاری این کسرها چه تفاوتی هست؟ در کسر $\frac{3}{8}$ ، اعداد آن بین از سه رقم اعشار

تمام می شود در کسر $\frac{1}{3}$ اعداد

اعشار بی نهایت است

$$1 \div 3 = 0.33333$$

در نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{3}$ ، رقم ۳ به طور متناوب تکرار می شود و انتها ندارد؛ ولی

نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{5}$ متناهی یا مختوم است؛ چون تمام رقم های اعشار آن مشخص است

و به انتها می رسد. از نماد زیر برای نمایش عددهای اعشاری متناوب استفاده می کنیم:

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots = 0.\bar{3}$$

$$\frac{7}{6} = 1.1666\dots = 1.\bar{16}$$

کاردر کلاس

نمایش اعشاری هر یک از کسره‌های زیر را بنویسید :

$$\frac{5}{11} = 0,45$$

$$\frac{7}{9} = 0,7$$

$$\frac{5}{6} = 0,8\bar{3}$$

$$\frac{7}{22} = 0,31\bar{8}$$

$$\frac{3}{20} = 0,15$$

$$\frac{5}{16} = 0,3125$$

اگر به نمایش اعشاری کسره‌های بالا دقت کنید، خواهید دید که فقط کسره‌هایی نمایش اعشاری مختوم دارند که (پس از ساده شدن) مخرج آنها شمارنده اولی به جز ۲ و ۵ ندارد.

تمرین

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید :

$$-\frac{17}{9} + \frac{7}{3} = \frac{-17+21}{9} = \frac{4}{9}$$

$$(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}) \div (-1 - \frac{1}{9}) = \frac{-\frac{10}{6} + \frac{6}{2}}{-1 - \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{10}{6} + \frac{3}{1}}{-1 - \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{10}{6} + \frac{3}{1} \times \frac{6}{6}}{-1 - \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{10}{6} + \frac{18}{6}}{-1 - \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{10}{6} + \frac{18}{6}}{-1 - \frac{1}{9}} = \frac{\frac{8}{6}}{-1 - \frac{1}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{-1 - \frac{1}{9}} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{-9-1} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{-10} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

$$1 + \frac{1}{2} \div \frac{1}{6} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{6}{2} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = 1 + 3 \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{21}{5} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{21}{5} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{21 \times 3}{5 \times 3} + \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = 1 + \frac{63}{15} + \frac{10}{15} = 1 + \frac{63+10}{15} = 1 + \frac{73}{15} = 1 + 4\frac{13}{15} = 5\frac{13}{15}$$

۲- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید :

$$-\frac{3}{6}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -3\frac{5}{6}$$

الف) $\frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -3\frac{5}{6}$

ب) $\frac{16}{7}, -\frac{3}{4}, \frac{2}{75}, -\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{56}{13}$

۳- بین هر دو کسر، سه کسر بنویسید.

الف) $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}$

ب) $0, -\frac{1}{3}$

الف) $\frac{10}{11} = \frac{10 \times 12}{11 \times 12} = \frac{120}{132} = \frac{120 \times 2}{132 \times 2} = \frac{240}{264}$

$\frac{12}{13} = \frac{12 \times 22}{13 \times 22} = \frac{264}{286} = \frac{264 \times 2}{286 \times 2} = \frac{528}{572}$

ب) $0 = \frac{0}{1} = \frac{0 \times 12}{1 \times 12} = \frac{0}{12}$

$-\frac{1}{3} = -\frac{4}{12}$

الف) $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}$

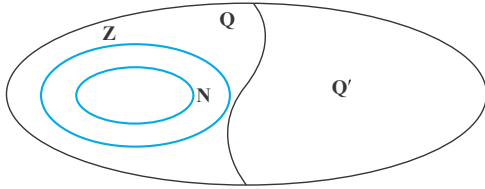
ب) $0, -\frac{1}{3}$

عدد π نیز گنگ است. در زیر عدد π تا 3^0 رقم اعشار نوشته شده است؛ اقادیر محاسبات، معمولاً تا

دو رقم اعشار π استفاده می شود: $\pi = 3/141592653589793238462643383279$

اگر عدد n مربع کامل نباشد، \sqrt{n} گنگ است؛ مانند $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{15}$ ، ... (عددهایی مانند ۱، ۴،

۹، ۱۶ و ... مربع کامل است.)



مثال: مجموعه‌های \mathbb{N} و \mathbb{Z} و Q و Q' به کمک

نمودار ون، مشخص شده است.

مثال: $0 \in Q$ $0/2002000200002... \in Q'$ $\sqrt{3} \in Q'$ $\sqrt{0/49} \in Q$ $-\frac{3}{4} \in Q$

کار در کلاس

کدام عبارت، درست و کدام عبارت، نادرست است؟

$Q \cap Q' = \emptyset$

$\mathbb{N} \subseteq Q'$

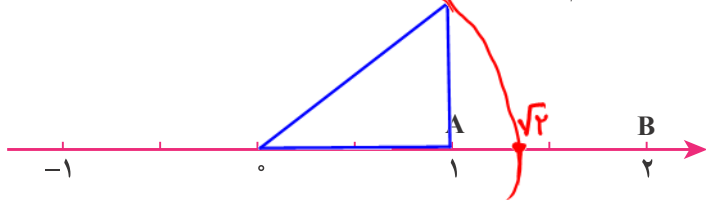
$\mathbb{Z} \subseteq Q$

$\mathbb{Z} \subseteq Q'$

فعالیت

الف) بین دو عدد ۱ و ۲ چند عدد گویا می توان نوشت؟ بی شمار

ب) اگر این عددها را روی محور نمایش دهیم، متناظر با این عددها، چند نقطه روی محور



می توان پیدا کرد؟ بی شمار

ج) روی محور نقطه نمایش $\sqrt{2}$

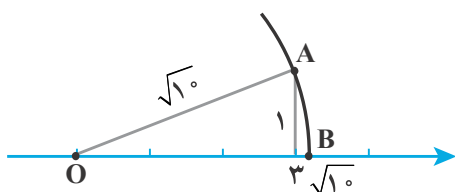
را پیدا کنید.

د) اگر نقاطی را رنگ کنیم که عددی گویا را نمایش می دهد، آیا همه نقاط پاره خط AB رنگ

می شود؟ آیا $\sqrt{2}$ نیز رنگ می شود؟ آیا این نقاط، که هر کدام نمایش یک عدد گویا است، یک پاره خط

به وجود می آورد؟ چرا؟ **خیر - چون بین هر دو عدد گویا، اعداد گنگ نیز وجود دارند**

مثال: نقطه نمایش عدد گنگ $\sqrt{10}$ روی محور به صورت زیر است:



به مرکز O و به شعاع OA کمان رسم می کنیم. نقطه B

روی محور عدد $\sqrt{10}$ را نمایش می دهد.

$$OA^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow OA = \sqrt{10}$$

مثال: $\sqrt{7}$ بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ قرار دارد.

می‌دانیم ۴ و ۹ دو عدد مجذور کامل قبل و بعد از ۷ است؛ یعنی:

$$4 < 7 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$$

کار در کلاس

$\sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{11}$

۱- بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$ ، چهار عدد گنگ بنویسید.

$2 = \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, 3 = \sqrt{9}$

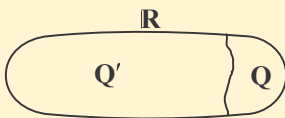
۲- بین دو عدد ۲ و ۳، چهار عدد گنگ بنویسید.

۳- الف) مجموعه A به صورت $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید. آیا نمایش A به

صورت زیر درست است؟ **خیر**



ب) نقطه نمایش $\sqrt{5}$ را روی محور مشخص کنید.



عددها به دو دسته، عددهای گویا و عددهای گنگ

دسته‌بندی می‌شود. اجتماع مجموعه عددهای گویا و عددهای

اصم را مجموعه **عددهای حقیقی** می‌نامیم و آن را با \mathbb{R} نمایش

می‌دهیم. داریم: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

مثال:

$$0 \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{10} \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$$

$$0.75 \in \mathbb{R}$$

$$0.2022022202222\dots \in \mathbb{R}$$

$$\pi \in \mathbb{R}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

کار در کلاس

۱- داخل \circ علامت \in یا \notin بگذارید:

$$4 \in \mathbb{Z}$$

$$0.2 \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{18} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

$$-5 \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{7}{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{25} \notin \mathbb{Q}'$$

$$\frac{0}{6} \in \mathbb{R}$$

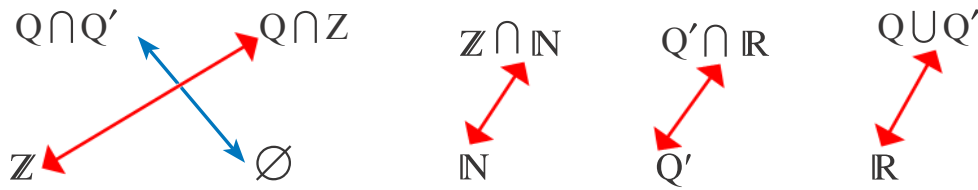
$$\sqrt{3/5} \in \mathbb{Q}'$$

$$\sqrt{0/9} \in \mathbb{Q}'$$

$$\sqrt{0/09} \in \mathbb{Q}$$

$$-9 = \frac{9}{-1} \in \mathbb{Z}$$

۲- مجموعه‌های سطر اول را به مجموعه مناسب در سطر دوم وصل کنید. هر مجموعه در سطر اول با یک مجموعه در سطر دوم مساوی است.

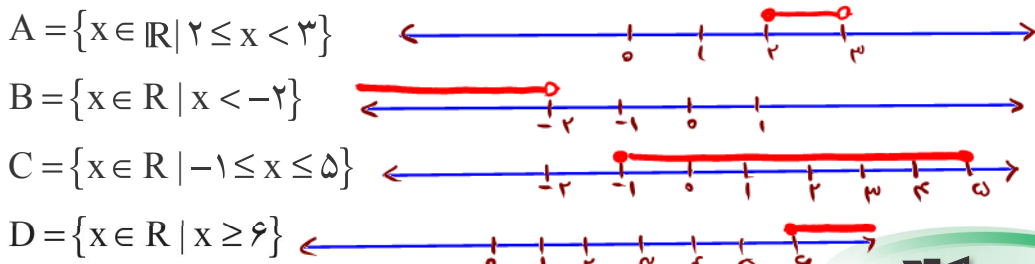


فعالیت

با توجه به اینکه مجموعه عددهای حقیقی تمام عددها را شامل می‌شود، مجموعه‌های زیر را مانند نمونه روی محور نشان دهید:

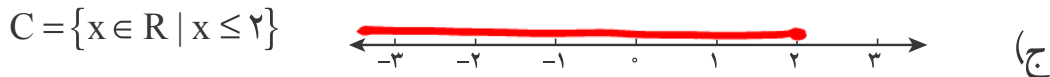
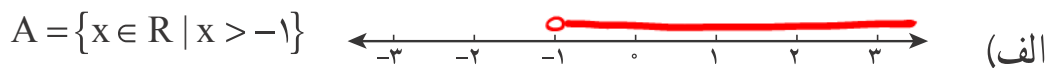


با توجه به مجموعه A چرا نقطه ۲ روی محور توپر و نقطه ۳ روی محور توخالی است؟



کار در کلاس

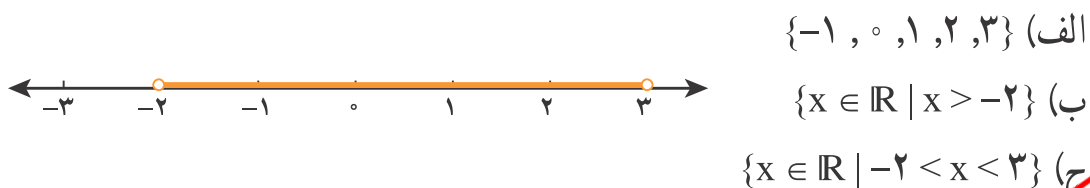
۱- مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید و یا با توجه به محور، مجموعه متناظر آن را بنویسید:



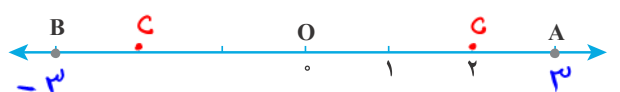
۲- با توجه به سه مجموعه A و B و C در سؤال ۱ عبارات درست را با علامت ✓ مشخص کنید:

$\sqrt{13} \in A$ ✓ $0.75 \in A$ ✓ $2/52552555... \in B$ ✓
 $\sqrt{7} \in C$ ✗ $\sqrt{1} \in A$ ✓ $-1000 \in C$ ✓
 $2 < 5 < 2$

۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه نقاط روی شکل زیر، برابر است؟



فعالیت

- ۱- با توجه به شکل، به سؤالات زیر پاسخ دهید:
- 
- نقاط A و B چه عددی را نمایش می دهد؟
 فاصله نقطه A از O یا طول پاره خط OA چقدر است؟ **۳ واحد**
 فاصله نقطه B از O یا طول پاره خط OB چقدر است؟ **۳ واحد**
 می خواهیم نقاطی را روی محور بیابیم که فاصله آن از O برابر ۲ باشد. **۲ و -۲**
- ۲- نقطه C را روی محور نمایش دهید به طوری که طول OC برابر ۲ باشد؛ چند نقطه می توان یافت؟
دو نقطه ← C می تواند در ۲ یا -۲ قرار بگیرد.

فاصله نقطه نمایش عدد a را از مبدأ، **قدر مطلق a** می نامیم و با علامت |a| (بخوانید

قدر مطلق a) نمایش می دهیم؛ بنابراین در مثال بالا می توان نوشت: $|-2| = |2| = 2$

مثال: فاصله نقاط نظیر دو عدد $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ تا مبدأ برابر $\frac{2}{3}$ است؛ پس قدر مطلق هر دو عدد

$$\frac{2}{3} \text{ و } (-\frac{2}{3}) \text{ برابر } \frac{2}{3} \text{ است؛ یعنی: } |\frac{2}{3}| = |-\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}$$

مثال: قدر مطلق $-\sqrt{5}$ را به صورت $|\sqrt{5}|$ نشان می دهیم که مساوی $\sqrt{5}$ است. قدر مطلق

4% را به صورت $|4\%|$ نشان می دهیم که مساوی 4% است.

قدر مطلق صفر، مساوی صفر و قدر مطلق عددهای مثبت برابر خود آن عدد

است. قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه آن است. اگر a یک عدد حقیقی باشد:

$$a = 0 \Rightarrow |a| = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow |a| = a$$

$$a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

مثال: به محاسبات زیر توجه کنید:

$$|10 - 20 + 5| = |-5| = 5$$

$$|(-6) \times (+10)| = |-60| = 60$$

کار در کلاس

۱- جملات سمت راست را به عبارات مناسب در سمت چپ وصل کنید :

- (الف) دو عدد a و b مثبت است. $a > 0, b < 0$ (۱)
- (ب) عدد a نامنفی است $a > 0, b > 0$ (۲)
- (ج) دو عدد a و b منفی است $a \geq 0$ (۳)
- (د) عدد a مثبت و عدد b منفی است $a < 0, b < 0$ (۴)
- (هـ) عدد a نامثبت است $a \leq 0$ (۵)

۲- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب

را به هم وصل کنید :

- (الف) $a > 0, b > 0$ (۱) $ab < 0$
- (ب) $a < 0, b < 0$ (۲) $ab > 0, a + b > 0$
- (ج) $a < 0, b > 0$ (۳) $ab > 0, a + b < 0$

۳- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب

را به هم وصل کنید :

- (الف) $a \geq 0$ (۱) $|a| = -a$
- (ب) $a > 0, b > 0$ (۲) $|a| = a$
- (ج) $a < 0$ (۳) $|a + b| = a + b$
- (د) $a < 0, b < 0$ (۴) $|a + b| = -(a + b)$

۴- عبارات زیر را به زبان ریاضی بنویسید و برای هر کدام مثال بنویسید :

مثال $|3 \times 2| = |3| \times |2|$

(۱) قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد، مساوی با حاصل ضرب قدر مطلق آنهاست $|ab| = |a||b|$

(۲) قدر مطلق مجموع دو عدد، از مجموع قدر مطلق‌های آن دو عدد، کوچک‌تر یا مساوی با آن است.

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

مثال $|3+4| = |3| + |4|$

$$|-3+4| < |-3| + |4|$$

مقدار تقریبی عددهای زیر تا یک رقم اعشار نوشته شده است :

$$\sqrt{2} \approx 1/4 \quad \sqrt{3} \approx 1/7 \quad \sqrt{5} \approx 2/2 \quad \sqrt{6} \approx 2/4 \quad \sqrt{7} \approx 2/6 \quad \sqrt{8} \approx 2/8$$

فعالیت

با توجه به مقادیر تقریبی صفحه قبل، تساوی های زیر را مانند نمونه کامل کنید و دلیل خود را توضیح دهید :

$$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = -1 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1$$

دلیل : $\sqrt{2} \approx 1/4$ پس $1 - \sqrt{2}$ عددی منفی می شود :

دلیل : $\sqrt{3} > 2$ پس $2 - \sqrt{3}$ عدد مثبت است

$$1) |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$$

دلیل : $\sqrt{7} < \sqrt{8}$ پس $\sqrt{7} - \sqrt{8}$ عدد منفی است

$$2) |\sqrt{7} - \sqrt{8}| = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$$

دلیل : $\sqrt{5} > 2\sqrt{5}$ پس $2\sqrt{5} - \sqrt{5}$ عدد مثبت است

$$3) |2\sqrt{5} - \sqrt{5}| = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

دلیل : مجموع دو عدد منفی، عدد منفی است پس

$$4) |-4 - \sqrt{3}| = 4 + \sqrt{3}$$

مثال : اگر $a = \frac{1}{4}$ و $b = \sqrt{2}$ و $c = -3$ باشد، حاصل عبارت $|a+b+c|$ را به دست می آوریم :

$$|a+b+c| = \left| \frac{1}{4} + \sqrt{2} + (-3) \right| = \left| -2/5 + \sqrt{2} \right|$$

چون $-2/5 + \sqrt{2}$ عددی منفی است ($\sqrt{2} \approx 1/4$)، پس حاصل عبارت مساوی با $-(-2/5 + \sqrt{2})$ یعنی $\sqrt{2} - 2/5$ است.

مثال :

$$|\underbrace{3 - \sqrt{5}}_{\text{مثبت}}| + |\underbrace{-2 - \sqrt{5}}_{\text{منفی}}| = (3 - \sqrt{5}) - (-2 - \sqrt{5})$$

$$= 3 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} = 5$$

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید :

$\sqrt{a^2}$	$\sqrt{(-3)^2}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{6^2}$	$\sqrt{(-6)^2}$	$\sqrt{(-7)^2}$	$\sqrt{(-127)^2}$	$\sqrt{325^2}$
حاصل	3	3	6	6	7	127	325

از فعالیت بالا چه نتیجه ای می گیرید؟

با توجه به فعالیت بالا و مفهوم قدر مطلق، می توانیم بنویسیم : $\sqrt{a^2} = |a|$

مثال : برای محاسبه $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$ خواهیم داشت :

$$\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = \underbrace{|1 - \sqrt{3}|}_{\text{منفی}} = -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

کار در کلاس

۱- عبارتهای زیر را با هم مقایسه کنید :

الف) $|(-7)^2| \ominus |-7|^2$

ب) $|-8+5| \otimes |-8|+|5|$

ج) $|3-9| \otimes |3|-|9|$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید :

$|0|=0$ $|-4/3|=4/3$ $|7^3-7^2|=7^3-7^2$ $|0/25-0/26|=0/25-0/26$

۳- حاصل عبارات زیر را به دست آورید :

الف) $\sqrt{(-2595)^2} = |-2595| = 2595$ ب) $\sqrt{(1394)^2} = |1394| = 1394$

ج) $\sqrt{(-3+\sqrt{10})^2} = |-3+\sqrt{10}| = -3+\sqrt{10}$ د) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = -2+\sqrt{5}$

تمرین

۱- اگر $a=0/25$, $b=-1/4$, $c=2\frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید :

$|a+b| + 2|a-b-c| = |0.25 - 0.25| + 2|0.25 + 0.25 - 2.5| = 0 + 2|0.5 - 2.5| = 2|2| = 4$ ✓

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید :

الف) $|-3\sqrt{5}| = 3\sqrt{5}$ ب) $|\sqrt{7}-5\sqrt{3}| = 5\sqrt{3}-\sqrt{7}$ ج) $|0+\sqrt{5}| = \sqrt{5}$

۳- جای خالی را با عدد مناسب پر، و جواب هایتان را در کلاس با سایر دوستانتان مقایسه کنید :

$7 < |5-12| > 1 + \square$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$
 دون مربع هر عددی که از ۴ کوچکتر باشد را به توان ۲ قرار دهیم.

۴- مقدار عددی عبارت $|a|+a$ را به ازای $a=2$ ، $a=0$ و $a=-2$ به دست آورید. آیا می توانید

عدد حقیقی به جای a قرار دهید که حاصل $|a|+a$ منفی باشد؟ خیر - حاصل $|a|+a$ همواره یا مثبت است و یا صفر.

۵- با ارائه یک مثال، نادرست بودن تساوی $\sqrt{a^2} = a$ را نشان دهید. $\sqrt{(-3)^2} \neq -3$

۶- حاصل عبارات روبه‌رو را به دست آورید :

$\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1$ $\sqrt{(1-\sqrt{10})^2} = -1+\sqrt{10}$

حاصل جمع هر عدد با قدر مطلقش یا منفی است و یا یک عدد مثبت.

اگر a یک عدد منفی باشد $|a|+a=0$. اگر a یک عدد مثبت باشد $|a|+a > 0$