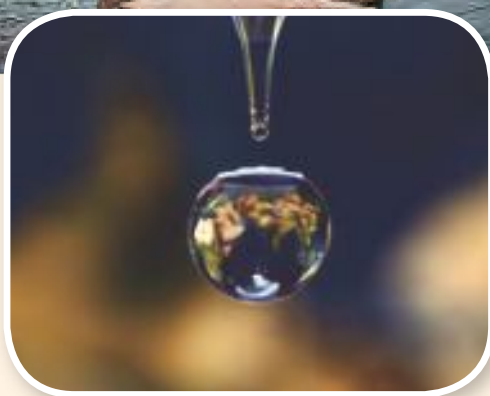
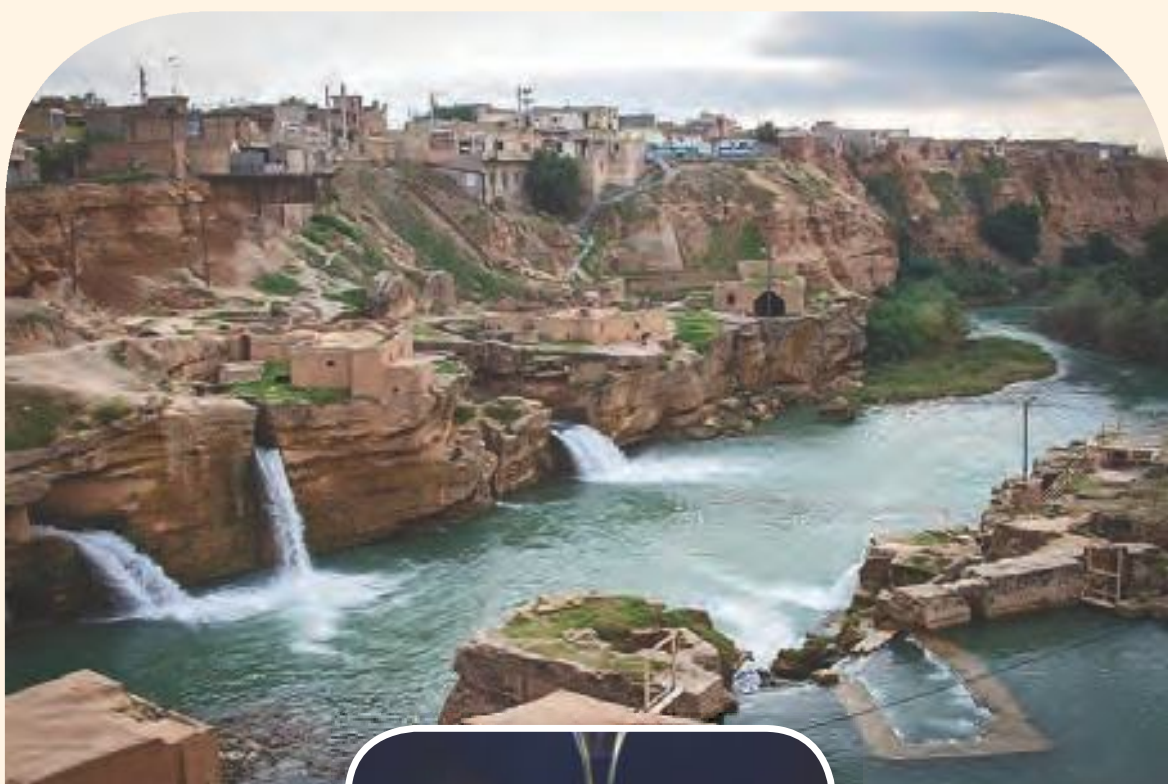




# توان و ریشه



وَجَعَلْنَا مِنَ الْمَاءِ كُلَّ شَيْءٍ حَيٍّ  
هر چیز زنده‌ای را از آب پدید آوردیم  
(سوره انبیا، آیه ۳۰)



یک قطره آب شامل حدود ۳۳ میلیارد میلیارد مولکول یا به عبارت دیگر  
۳۳,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰ مولکول است که می‌توان آن را به صورت  $3 \times 10^{22}$   
نمایش داد. هرگونه حیاتی به آب نیاز دارد. قدر این نعمت الهی را بدانیم.

## درس اول: توان صحیح

در سال‌های گذشته با توان‌های طبیعی یک عدد آشنا شده‌اید؛ به طور مثال می‌دانید:

$$2^3=8 \quad \text{و} \quad (-5)^2=25 \quad \text{و} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256} \quad \text{و} \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^5=\frac{-1}{32}$$

همچنین می‌دانید که اگر  $a$  عددی غیرصفر باشد،  $a^0=1$ .

آیا توان منفی یک عدد (ناصفر) هم معنی دارد؟ مثلاً حاصل  $2^{-3}$  چیست؟ به کمک فعالیت زیر

پاسخ این سؤال را می‌توان پیدا کرد:

### فعالیت

جدول زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید:

۱۶	۸	۴	۲	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$
$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$	$2^{-4}$	$2^{-5}$

الف) عددهای سطر اول جدول با هم چه ارتباطی دارند؟ هر عدد نصفِ عدد قبلی از خودش است.

ب) هر یک از عددهای سطر دوم چه رابطه‌ای با عدد بالای آن دارد؟ عدد بالای آن حاصلِ عدد قبلی است.

ج) توان‌های عددهای سطر دوم تا  $2^0$  با یکدیگر چه رابطه‌ای دارد؟ یکی به یک کم می‌شوند.

د) این الگو را ادامه دهید و در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید.

هـ) به کمک جدول، تساوی‌های زیر را کامل کنید:

$$2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$$

$$2^{-4} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$$

به طور کلی اگر  $a$  یک عدد غیرصفر باشد و  $n$  یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0, \quad n \in \mathbb{N}$$

مثال:

الف)  $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$

ج)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{81}} = \frac{81}{16}$

ب)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = 25$

د)  $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$

۱- با توجه به مثال‌های حل شده زیر، پاسخ موارد بعدی را به صورت یک عدد توان‌دار با توان

طبیعی بنویسید :

$$\text{الف) } 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \quad \text{ب) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\text{ج) } (-6)^{-3} = \frac{1}{(-6)^3} = \left(-\frac{1}{6}\right)^3 \quad \text{د) } \left(-\frac{2}{7}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{7}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{2401}} = \frac{2401}{16} = \left(\frac{7}{2}\right)^4$$

به طور کلی اگر  $n$  یک عدد طبیعی و  $a \neq 0$  آن گاه :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

۲- عبارت‌های برابر را مانند نمونه به هم وصل کنید :  $(x \neq 0, y \neq 0)$

۳- حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید :

$$\text{الف) } \left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = (-3)^4 = 81$$

$$\text{و) } 1^{-2} = 1$$

$$\text{ب) } 2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$$

$$\text{ز) } \frac{(-3)^0}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ج) } -(-5)^2 = -25$$

$$\text{ح) } -\frac{1}{2^{-2}} = -\frac{1}{\frac{1}{4}} = -4$$

$$\text{د) } -(-5)^{-2} = -\frac{1}{25}$$

$$\text{ط) } \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} + \frac{25}{4} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

$$\text{ه) } -5^{-2} = -\frac{1}{25}$$

$$\text{ی) } 2^0 - 2^{-1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

اگر  $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی باشند، و  $a$  یک عدد دلخواه باشد، داریم:  $a^m \times a^n = a^{m+n}$   
 آیا این رابطه برای توان‌های منفی هم درست است؟ برای توان‌های صحیح چه رابطه‌ای داریم؟  
 با فعالیت بعدی می‌توان رابطه را برای عددهای صحیح هم حدس زد.

## فعالیت

به حاصل ضرب‌های زیر توجه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$3^{-4} \times 3^6 = \frac{1}{3^4} \times 3^6 = \frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$$

$$2^{-5} \times 2^{-2} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^{5+2}} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^3 \times (-2)^5 = (-2)^8 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

حاصل ضرب مقابل را نیز به همین روش به دست آورید:

$$5^3 \times 5^{-7} = \dots$$

در حالت کلی اگر  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح باشند و  $a$  یک عدد دلخواه (غیر صفر)،  
 رابطه زیر برقرار است:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

مثال:

$$2^3 \times 2^{-5} \times 2^{-4} = 2^{3-5-4} = 2^{-6}$$

$$(2x^{-1}) \times (3x^4) \times (4x^3) = 24x^{-1+4+3} = 24x^6 \quad (x \neq 0)$$

## کاردرکلاس

حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت یک عبارت توان‌دار بنویسید:  $(b, x, y \neq 0)$

$$5^{-7} \times 5^1 = 5^{-6}$$

$$(-4)^{-9} \times (-4)^{-1} = (-4)^{-10}$$

$$\left(\frac{-3}{8}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{8}\right)^{-9} = \left(\frac{-3}{8}\right)^{-5}$$

$$(\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^{-2} = (\sqrt{2})^2$$

$$b^{-2} \times b^{-3} = b^{-5}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \left(\frac{x}{y}\right)^4$$

اگر  $a$  و  $b$  دو عدد مخالف صفر و  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح باشند، روابط زیر برقرار است :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n} ; a^{-m} = \frac{1}{a^m} ; \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m ;$$

$$(a^m)^n = a^{mn} ; (ab)^m = a^m \cdot b^m ; a^0 = 1$$

## کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

الف)  $\frac{7^3}{7^5} = 7^{-2}$

ب)  $2^{-2} \times 5^{-2} = 10^{-2}$

ج)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times 12^{-3} = \left(-\frac{2}{3} \times 12\right)^{-3} = (-8)^{-3}$  د)  $\left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left(-\frac{2}{5}\right)^2$

ه)  $\frac{2^8 \times 5^{10}}{2^4 \times 5^6} = 2^{8-4} \times 5^{10-6} = 2^4 \times 5^4 = 10^4$

و)  $\frac{x^5 \cdot y^2 \cdot z}{x^{-2} \cdot y^7 \cdot z^3} = x^{5-(-2)} \cdot y^{2-7} \cdot z^{1-3} = x^7 \cdot y^{-5} \cdot z^{-2} = \frac{x^7}{y^5 z^2} \quad x, y, z \neq 0$

## تمرین

۱- برای هر عبارت دو پاسخ داده شده است. پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف)  $3^{-2}$   $\begin{cases} \frac{1}{9} \\ -6 \end{cases}$

ب)  $3^{-1}$   $\begin{cases} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{cases}$

ج)  $3^{-1} \times 4^{-1}$   $\begin{cases} 12^{-1} \\ 7^{-1} \end{cases}$

د)  $3^{-1} + 4^{-1}$   $\begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \\ 7^{-1} \end{cases}$

ه)  $5^{-2}$   $\begin{cases} -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{25} \end{cases}$

و)  $(-2)^3$   $\begin{cases} 3^{-2} \\ -8 \end{cases}$

$$100 \times 1000 = 100000 = 10^5 \text{ گرم}$$

۲- جرم یک اتم هیدروژن حدود  $10^{-24}$  گرم است. جرم یک وزنه  $10^5$  کیلوگرمی چند برابر

جرم یک اتم هیدروژن است؟

$$\frac{10^5}{10^{-24}} = 10^{-(24)} = 10^{29}$$

۳- عددهای  $16^2$  و  $8^4$  و  $2^{11}$  را با یکدیگر مقایسه کنید.

۴- در جاهای خالی علامت  $<$ ،  $>$  یا  $=$  قرار دهید:

الف)  $3^{-1} \bigcirc \frac{3^{-2}}{\frac{1}{4}}$

ب)  $2^0 \bigcirc \frac{2^{-5}}{\frac{1}{16}}$

ج)  $(\frac{0}{5})^{-2} \bigcirc (\frac{0}{6})^{-2}$

د)  $5^{-1} \bigcirc \frac{1}{5}$

هـ)  $\left(\frac{-8}{15}\right)^0 \bigcirc 1$

و)  $-5^{-2} \bigcirc (-5)^{-2}$

۵- در هر یک از تساوی های زیر  $x$  چه عددی است؟

الف)  $5^x \times 5^{-3} = 5^4$

ب)  $5^x \div 5^{-3} = 5^4$

$x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7$

$x - (-3) = 4 \Rightarrow x + 3 = 4 \Rightarrow x = 1$

۶- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف)  $a^4 \times a^5 = a^9$

هـ)  $(-3)^0 + (3^{-1})^{-1} = 4$

ب)  $a^4 \times a^5 = a^1$

و)  $3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-2}$

ج)  $(a^m)^n = (a^n)^m \quad a > 0$

ز)  $6^{-2} = -\frac{2}{6}$

د)  $3^{-2} = -9$

ح)  $3^{-1} < 3^{-1}$

۷- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

الف)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \times (27^{-3})^{-9} = 3 \times 3^{-9} = 3$

ب)  $(\frac{0}{2})^{-4} \times (25^{-3})^{-2} = 5^4 \times 5^{-6} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$

ج)  $\left(\frac{15}{14}\right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28}\right)^4 = \left(\frac{14}{15} \times \frac{45}{28}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$

د)  $(-5^{-2})^{-1} = \left(-\frac{1}{25}\right)^{-1} = -25$

۸- عددهای داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$2^{-3}$  و  $5^{-3}$  و  $2^3$  و  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$  و  $(-7)^2$  و  $(-1)^{21}$  و  $1^{-9}$  و  $-2^{-4}$  و  $-\frac{1}{16}$

۹- عبارت نادرست را مشخص کنید.

الف)  $(\frac{0}{987})^1 < 1^0$

ب)  $(1/2)^7 < (1/0.2)^7$

ج)  $\left(\frac{5}{4}\right)^2 < (\frac{0}{7})^2$

د)  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 > (\frac{0}{75})^2$

۱۰- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}}{-2^5 \times 2^{-8}}$

ب)  $\left[-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left(-\frac{9}{4}\right)^{-1} = -\frac{4}{9}$

$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}}{-2^{-3}} = \frac{4^{-3}}{-2^{-3}} = -2^{-3} = -\frac{1}{8}$



## فعالیت

۱- در جدول زیر تعدادی عدد داده شده و حاصل ضرب آنها در توان‌های  $10^1$  یا حاصل تقسیم آنها بر توان‌های  $10^1$  خواسته شده است. جاهای خالی را پر کنید و توضیح دهید که هنگام ضرب یا تقسیم، مکان ممیز چگونه تغییر می‌کند؟

تقسیم بر $10^5$	ضرب در $10^5$	تقسیم بر $10^4$	ضرب در $10^4$	تقسیم بر $10^3$	ضرب در $10^3$	تقسیم بر $10^2$	ضرب در $10^2$	تقسیم بر $10^1$	ضرب در $10^1$	عدد
$150000$	$150000 \times 10^5$	$150000 \times 10^4$	$150000 \times 10^3$	$150000 \times 10^2$	$150000 \times 10^1$	$150000 \times 10^0$	$150000 \times 10^{-1}$	$150000 \times 10^{-2}$	$150000 \times 10^{-3}$	۱۵
$2000000$	$2000000 \times 10^5$	$2000000 \times 10^4$	$2000000 \times 10^3$	$2000000 \times 10^2$	$2000000 \times 10^1$	$2000000 \times 10^0$	$2000000 \times 10^{-1}$	$2000000 \times 10^{-2}$	$2000000 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^6$
$930000$	$930000 \times 10^5$	$930000 \times 10^4$	$930000 \times 10^3$	$930000 \times 10^2$	$930000 \times 10^1$	$930000 \times 10^0$	$930000 \times 10^{-1}$	$930000 \times 10^{-2}$	$930000 \times 10^{-3}$	$9/3$

۲- سرعت نور  $300,000,000$  متر بر ثانیه است. فاصله‌ای که نور در  $100$  ساعت می‌پیماید، چند متر است؟ راه حل این مسئله در ادامه داده شده است. آن را کامل کرده، توضیح دهید که پاسخ چگونه به دست آمده است.

فاصله‌ای که نور در  $100$  ساعت می‌پیماید  $= 300000000 \times 360000 =$  ثانیه  $3600 = 1$  ساعت

ثانیه  $360000 = 100$  ساعت

واضح است که ضرب دو عدد بالا به این صورت دشوار است. در محاسبات ریاضی ابتدا هر کدام از این عددها را به صورت یک عدد اعشاری مثبت با یک رقم صحیح در توانی از عدد  $10$  نمایش می‌دهند که آن را «نماد علمی» آن عدد می‌گویند؛ بنابراین:

$$300000000 = 3 \times 10^8$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^8 \times 3/6 \times 10^5 = 10/8 \times 10^{13} = 1/0.8 \times 10^{14}$$

$$360000 = 3/6 \times 10^5$$

دقت کنید که حاصل ضرب نیز با نماد علمی نمایش داده شده است.

این گونه نمایش به جز سادگی در نوشتن، محاسبات را آسان‌تر می‌کند و در ضمن نوعی نظم و هماهنگی در نمایش عددهای بزرگ (یا کوچک) به شمار می‌آید.

مثال :

$$۱۲۴۰۰۰ = ۱/۲۴ \times ۱۰^۵$$

$$۱۷۰۰۰۰۰۰۰ = ۱/۷ \times ۱۰^۹$$

$$۱۳۹۳ = ۱/۳۹۳ \times ۱۰^۳$$

$$۹۲۰۴۰۰۰ = ۹/۲۰۴ \times ۱۰^۶$$

$$۱۲۵/۳۹ = ۱/۲۵۳۹ \times ۱۰^۲$$

قطر متوسط یک یاخته (سلول) گویچه<sup>۱</sup> (گلبول) قرمز  $۷/۰۰۰۰۰$  میلی متر است. همانند عددهای بزرگ، عددهای کوچک مانند  $۷/۰۰۰۰۰$  را هم می توان به صورت نماد علمی نمایش داد؛ یعنی :

$$۷/۰۰۰۰۰ = ۷ \times ۱۰^{-۶}$$

ضخامت یک برگه کاغذ حدود  $۱۶/۰۰$  سانتی متر است که با نماد علمی، آن را به صورت  $۱/۶ \times ۱۰^{-۳}$  نمایش می دهیم.

به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت  $a \times ۱۰^n$  است که در آن  $۱ \leq a < ۱۰$  و  $n$  عددی صحیح است.

$$۰/۰۰۰۰۱۲۷۵ = ۱/۲۷۵ \times ۱۰^{-۵}$$

$$۱۲۳ = ۱/۲۳ \times ۱۰^۲$$

مثال :

$$۰/۰۱۳۷ = ۱/۳۷ \times ۱۰^{-۲}$$

$$۲۹۰۰۰ = ۲/۹ \times ۱۰^۴$$

## کار در کلاس

۱- هریک از عددهای داده شده را با نماد علمی نمایش دهید :

$$۲۴۵۰۰۰ = ۲,۴۵ \times ۱۰^۵$$

$$۱۵۰۰۰۰۰۰۰ = ۱,۵ \times ۱۰^۹$$

$$۰/۰۰۵ = ۵ \times ۱۰^{-۴}$$

$$۰/۰۰۰۰۶۱ = ۶,۱ \times ۱۰^{-۵}$$

$$۱۴۰۴ = ۱,۴۰۴ \times ۱۰^۳$$

$$۰/۱۲۷۵ = ۱,۲۷۵ \times ۱۰^{-۱}$$

۲- نمایش اعشاری عددهای زیر را بنویسید :

$$۵/۲ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۰۰۵۲$$

$$۷/۳۰۴ \times ۱۰^{-۵} = ۰/۰۰۰۰۷۳,۴$$

$$۲/۲۸ \times ۱۰^۸ = ۲۲۸۰۰۰۰۰۰$$

$$۹/۴۶۱۲ \times ۱۰^۹ = ۹۴۹۱۲۰۰۰۰۰$$

$$۶/۰۲ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۰۰۶۰۲$$

$$۱/۱ \times ۱۰^۴ = ۱۱۰۰۰$$



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید :

$$\text{الف) } \frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}} = \frac{25}{2^{-5}} = 25 \times 2^5 = 800$$

$$\text{ب) } \frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{8} \times 16}{\frac{1}{16} \times \frac{1}{8}} = 16 \times 16 = 256$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$\times$   $1/0.2 \times 10^{-5} = 0.00000102$

$5/9 \times 10^{-1} = 0.59$  ✓

✓  $4/3 \times 10^2 = 4300$

$7/0.04 \times 10^{-2} = 0.7004$  ✗

✓  $6/18 \times 10^7 = 61800000$

$8/2570 \times 10^4 = 82570$  ✓

۳- شعاع خورشید تقریباً  $695000$  کیلومتر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

۴- اندازه یک باکتری  $0.0000005$  متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

۵- قطر خورشید حدود  $1/4 \times 10^9$  متر و قطر زمین حدود  $1/3 \times 10^7$  متر است. قطر خورشید

تقریباً چند برابر قطر زمین است؟ تقریباً  $100$  برابر

$$\frac{1/4 \times 10^9}{1/3 \times 10^7} \approx 10^2 = 100$$

۶- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و به صورت نماد علمی نمایش دهید :

$$2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^9 = 8 \times 10^2$$

$$\frac{12/5 \times 10^{-4}}{25 \times 10^{-19}} = 0.5 \times 10^{15} = 5 \times 10^{14}$$

۷- فاصله مریخ از زمین  $9/17 \times 10^7$  کیلومتر و فاصله کیوان از زمین  $6/287 \times 10^8$  کیلومتر

است. با مقایسه این دو عدد مشخص کنید کدام سیاره به زمین نزدیک تر است؟ مریخ نزدیک تر است

۸- در جاهای خالی حداقل ۳ عدد صحیح مختلف قرار دهید تا نامساوی درست باشد.

$$2/7 \times 10^{\otimes} > 0.02 = 2 \times 10^{-2} \quad 0.03 > 0.003 \times 10^{\oplus} \Rightarrow 3 \times 10^{-2} > 3 \times 10^{-3} \Rightarrow -2 > -3 \Rightarrow 2 < 1$$

$\{x | x \in \mathbb{Z}, x \geq -2\}$   $\{y | y \in \mathbb{Z}, y < 1\}$

۹- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید :

$$1/5 \times 10^{-2}, 1/2 \times 10^6, 5/35 \times 10^{-3}, 3/7 \times 10^{-2}$$

$$7535 \times 10^{-2}$$

$$5.35 \times 10^{-3} < 1.5 \times 10^{-2} < 3.7 \times 10^{-2} < 1.2 \times 10^6$$

## فعالیت

۱- حاصل هریک از عبارت های زیر را مانند نمونه ها به دست آورید :

$$\begin{aligned} (-3)^2 &= 9 & (\sqrt{5})^2 &= 5 & \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 &= \frac{1}{49} & \left(-\frac{2}{3}\right)^2 &= \frac{4}{9} \\ (-\sqrt{5})^2 &= 5 & \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 &= \frac{1}{49} & 4^2 &= 16 & (-4)^2 &= 16 \end{aligned}$$

مربع (توان دوم) عددهای ۳ و -۳ برابر ۹ است. اعداد ۳ و -۳ را ریشه های دوم عدد ۹ می نامند. همان گونه که در سال های گذشته دیده اید، ریشه های دوم ۹ را با  $\sqrt{9}$  و  $-\sqrt{9}$  نمایش می دهند و داریم:

$$\sqrt{9} = 3 \text{ و } -\sqrt{9} = -3$$

۲- جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید :

عدد	۳	-۳	۴	-۴	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	$\frac{1}{\sqrt{7}}$	$-\frac{1}{\sqrt{7}}$	$\sqrt{6}$	$-\sqrt{6}$
مربع عدد (توان دوم)	۹		۱۶		$\frac{4}{9}$		۵		$\frac{1}{49}$		۶	

ریشه های دوم عدد  $\frac{4}{9}$ ، اعداد  $\frac{2}{3}$  و  $-\frac{2}{3}$  هستند. ریشه های دوم ۷، عددهای  $\sqrt{7}$  و  $-\sqrt{7}$  هستند. ریشه دوم صفر، همان صفر است و داریم  $\sqrt{0} = 0$ .

به طور کلی اگر b یک عدد حقیقی مثبت باشد،  $\sqrt{b}$  و  $-\sqrt{b}$  را ریشه های دوم b می نامند. همان طور که می دانید، عددهای منفی ریشه دوم ندارند.

۳- جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید.

عدد	۲	-۲	۳	-۳	۴	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	۵	$-\frac{2}{3}$	۰
مکعب عدد (توان سوم)	۸	-۸	۲۷	-۲۷	۶۴	$\frac{1}{125}$	$-\frac{1}{125}$	۱۲۵	$-\frac{8}{27}$	۰

مکعب (توان سوم) عدد ۲ برابر ۸ است؛ یعنی  $2^3 = 8$ . ریشه سوم عدد ۸ عددی است که وقتی به توان ۳ برسد، برابر ۸ می شود؛ پس، ریشه سوم عدد ۸ برابر ۲ است و می نویسیم  $\sqrt[3]{8} = 2$ . همچنین چون  $(-2)^3 = -8$  ریشه سوم عدد -۸ برابر -۲ است و می نویسیم  $\sqrt[3]{-8} = -2$ ؛ به عبارت دیگر با اینکه عددهای منفی ریشه دوم ندارند، ولی ریشه سوم دارند. به کمک جدول قبل دیده می شود که ریشه سوم عدد ۶۴ برابر ۴... و ریشه سوم عدد  $-\frac{8}{27}$  عدد  $-\frac{2}{3}$ ... است.

۴- طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید :

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \quad \sqrt[3]{125} = 5 \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2} \quad (\sqrt[3]{8})^3 = 8$$

به طور کلی اگر b یک عدد حقیقی باشد، ریشه سوم آن را با  $\sqrt[3]{b}$  نمایش می دهیم.  
هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد.

## کار در کلاس

۱- حاصل هر عبارت را به دست آورید :

$$\sqrt{81} = 9 \quad \sqrt{4^2} = 4 \quad \sqrt{(-4)^2} = 4 \quad \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{3}{5} \quad \sqrt[3]{6^3} = 6 \quad \sqrt[3]{-\frac{8}{1000}} = -\frac{2}{10} \quad \sqrt[3]{(-7)^3} = -7$$

۲- به کمک رابطه  $\sqrt{x^2} = |x|$ ، که در فصل ۲ آموخته اید، حاصل عبارت های زیر را به دست آورید :

$$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6 \quad \sqrt{8^2} = |8| = 8 \quad \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \left|-\frac{3}{5}\right| = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = -1+\sqrt{2} \quad \sqrt{(2-9)^2} = |2-9| = 7 \quad \sqrt{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2} = \left|1-\frac{1}{3}\right| = \frac{2}{3}$$

۳- حاصل عبارت  $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$  را در هر یک از حالت های زیر به دست آورید؛ یکی از حالت ها حل شده است.

الف) x و y هر دو مثبت هستند ( $x > 0, y > 0$ ).  
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x + y$

ب) x مثبت و y منفی است ( $x > 0, y < 0$ ).  
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x - y$

ج) x منفی و y مثبت است ( $x < 0, y > 0$ ).  
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x + y$

د) x و y هر دو منفی هستند ( $x < 0, y < 0$ ).  
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x - y$

## ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

در سال گذشته برای دو عدد مثبت  $a$  و  $b$  رابطه‌های زیر را آموختید :

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

به کمک فعالیت زیر می‌توان حدس زد که این روابط چگونه برای ریشه سوم برقرار است.

### فعالیت

با توجه به عددهای داده شده  $a$  و  $b$  جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید. با مقایسه دو ستون آخر

جدول چه حدسی می‌زنید؟

$a$	$\sqrt[3]{a}$	$b$	$\sqrt[3]{b}$	$ab$	$\sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$
۸	۲	۱۲۵	۵	۱۰۰۰	۱۰	$2 \times 5 = 10$
۲۷	۳	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{3}{2}$	$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
-۸	-۲	۲۷	۳	-۲۱۶	-۶	$-2 \times 3 = -6$

به‌طور کلی برای هر دو عدد  $a$  و  $b$  داریم :  $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$  ، همچنین اگر

$b \neq 0$  داریم :

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

### کار در کلاس

۱- آیا تساوی زیر برقرار است؟ توضیح دهید. ~~نادرست~~  
 $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8+27} \rightarrow \sqrt[3]{35}$

می‌توانید از استدلال زیر برای بیان نادرست بودن این تساوی استفاده کنید.  
 «سمت چپ تساوی برابر ۵ است؛ در حالی که سمت راست آن کمتر از ۴ است».

۲- در تساوی‌های زیر جاهای خالی را کامل کنید :

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{44} = 4$$

$$3\sqrt[3]{-2} \times 5\sqrt[3]{4} = 15\sqrt[3]{-8} = 15 \times (-2) = -30$$

$$\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{20} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{-54}{2}} = \sqrt[3]{-27} = -3$$

## تمرین

۱- ریشه‌های دوم عددهای زیر را بیابید :

$$\pm\sqrt{\frac{49}{16}}, \pm\sqrt{\frac{1}{81}}, \pm\sqrt{15}, \pm\sqrt{144}, \pm\sqrt{12}, \pm\sqrt{18}, \pm\sqrt{18}$$

۲- ریشه سوم عددهای زیر را به دست آورید :

$$\sqrt[3]{216}, \sqrt[3]{729}, \sqrt[3]{-5}, \sqrt[3]{-\frac{1}{216}}, \sqrt[3]{10}, \sqrt[3]{20}$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$\times \sqrt{(-1)^2} = -1$	$\checkmark \sqrt[3]{(-1)^3} = -1$	$\checkmark \sqrt{(-5)^2} =  -5  = 5$	$\checkmark \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$
$\checkmark -\sqrt{\frac{49}{256}} = -\frac{7}{16}$	$\checkmark \sqrt{1/44} = 1/2$	$\times (\sqrt{-1})^2 = 1$ تغییر نمیشد	$\checkmark \sqrt[3]{-64} = -4$

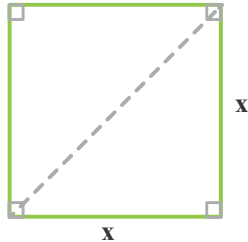
۴- حاصل هر عبارت را به عدد مساوی آن در سطر دوم، وصل کنید :

$\sqrt[3]{125} \times \sqrt{36}$	$\sqrt[3]{-1} \times \sqrt{81}$	$\sqrt[3]{\frac{81}{3}}$	$\sqrt[3]{-25} \times \sqrt{5}$
$5 \times 6 = 30$	$-1 \times 9 = -9$	$\sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{-125} = -5$
30	3	-9	-5



## فعالیت

زمینی به شکل مربع داریم که طول قطر آن  $2\sqrt{6}$  متر است. می‌خواهیم مساحت و محیط این زمین را به دست آوریم. راه حل ارائه شده را توضیح دهید و در صورت لزوم آن را کامل کنید.



حل: به کمک رابطه پیتاگورس داریم:  $x^2 + x^2 = (2\sqrt{6})^2$

در نتیجه:  $2x^2 = 24$  و از آنجا  $x^2 = 12$

بنابراین مساحت این زمین ۱۲ متر مربع است.

از اینجا می‌توان نتیجه گرفت که ضلع مربع  $\sqrt{12}$  متر یا  $2\sqrt{3}$

متر است.

همچنین: متر  $8\sqrt{3} = 4 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$  — محیط مربع

اگر قسمت رادیکالی دو عبارت پس از ساده کردن کاملاً یکسان باشد، می‌توان آنها را با هم جمع یا تفریق کرد؛ مثلاً دو عبارت  $3\sqrt{2}$  و  $7\sqrt{2}$  دارای قسمت‌های رادیکالی یکسان هستند و داریم:

همچنین:

$$\sqrt{12} + 9\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

اما قسمت‌های رادیکالی عبارات  $2\sqrt{5}$  و  $\sqrt{2}$  یا عبارات  $7\sqrt{2}$  و  $\sqrt{2}$  یکسان نیستند.

## کار در کلاس

حاصل جمع هر ستون را مانند نمونه‌ها در سطر آخر بنویسید:

$3\sqrt{7}$	$\frac{3}{2}\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$3\sqrt{a}$	$\sqrt{xy}$	$\sqrt{2}$
$-4\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$	$2\sqrt{b}$	$2\sqrt{x}$	$\sqrt{3}$
$8\sqrt{7}$	$8\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$-\frac{1}{5}\sqrt{a}$	$-7\sqrt{x}$	$\sqrt{5}$
$2\sqrt{5}$	$-5\sqrt{2}$	$-2\sqrt{10}$	$-7\sqrt{b}$	$4\sqrt{xy}$	$6\sqrt{2}$
$11\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$	$\frac{9}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}$	$\frac{5\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{3}\sqrt{10}$	$\frac{11}{5}\sqrt{a} - 5\sqrt{b}$	$5\sqrt{xy} - 5\sqrt{x}$	$7\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3}$



## ساده کردن عبارت‌های رادیکالی

### فعالیت

حاصل عبارت‌های زیر را ساده کنید.  
راه حل‌ها را توضیح دهید و آنها را کامل کنید.

الف)  $\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$

ابتدا حاصل هر یک از رادیکال‌ها را به دست می‌آوریم:  
(جاهای خالی را کامل کنید.)

$$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18} = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \quad \text{بنابراین:}$$

ب)  $\sqrt{50} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} = \sqrt{5^2 \times 2} + \sqrt[3]{2^3 \times 3} + \sqrt[3]{3^3 \times 3}$   
 $= 5\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{3} = 5\sqrt{2} + 5\sqrt[3]{3}$

مثال ۱: حاصل  $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  را به دو روش به دست آورده‌ایم؛ آنها را با هم مقایسه کنید.

الف)  $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{48 \times 3} + \sqrt{48 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 3^2} + \sqrt{4^2 \times 3 \times 2}$   
 $= \sqrt{(4 \times 3)^2} + 4\sqrt{6} = 12 + 4\sqrt{6}$

ب)  $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{4^2 \times 3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 4\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 12 + 4\sqrt{6}$

مثال ۲: حاصل  $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) \div \sqrt{3}$  را به دست آورید.

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

بنابراین حاصل تقسیم برابر ۱ است. (چرا؟)

$$۱) \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128} = 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $\sqrt{7^2 \times 2}$     $\sqrt{5^2 \times 2}$     $\sqrt{2^2 \times 2}$

$$۲) \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 0$$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $\sqrt{3^2 \times 3}$     $\sqrt{2^2 \times 3}$     $\sqrt{5^2 \times 3}$     $\sqrt{4^2 \times 3}$

## کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$۱) \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128}$$

$$۲) \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48}$$

$$۳) 5\sqrt{2} + 3\sqrt{54} - 4\sqrt{128}$$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $\sqrt{3^2 \times 2}$     $\sqrt{3^2 \times 2}$     $\sqrt{2^2 \times 2}$

$$5\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 14\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

$$۴) \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{324+1+36}{81}} = \sqrt{\frac{361}{81}} = \frac{19}{9}$$

$$۵) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$3\sqrt{4} - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - \sqrt{9} = 4 + 2\sqrt{6} - 3 = 1 + 2\sqrt{6}$$

گویا کردن مخرج کسرها

گاهی اوقات برای ساده کردن یک عبارت رادیکالی یا آسان‌تر کردن محاسبات، لازم است مخرج

یک کسر را از حالت رادیکالی خارج کنیم؛ به‌طور مثال برای محاسبه  $\frac{20}{\sqrt{2}}$  باید عدد ۲۰ را بر  $\sqrt{2}$

تقسیم کنیم؛ در حالی که می‌توانیم مخرج کسر را به‌صورت زیر گویا کنیم:

$$\frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

## فعالیت

توضیح دهید که مخرج هریک از کسرهای زیر چگونه گویا شده است. هر جا لازم است، راه‌حل

را کامل کنید.

الف)  $\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

ب)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{25}}{5}$

ج)  $\frac{4}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{4}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{3}$

د)  $\frac{2\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{14}}{2} = \sqrt[3]{14}$

ه)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2x}}{x}$   
( $x > 0$ )

و)  $\frac{5}{\sqrt[3]{z^2}} \times \frac{\sqrt[3]{z}}{\sqrt[3]{z}} = \frac{5\sqrt[3]{z}}{z}$   
( $z \neq 0$ )

## کاردر کلاس

مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

الف)  $\frac{6}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{6\sqrt[3]{2}}{2}$

ب)  $\frac{2}{\sqrt{32}} = \frac{2}{\sqrt{2^5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2^6}} = \frac{2\sqrt{2}}{2^3} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ج)  $\frac{12}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$

د)  $\frac{5}{\sqrt[3]{3x}} \times \frac{\sqrt[3]{(3x)^2}}{\sqrt[3]{(3x)^2}} = \frac{5\sqrt[3]{9x^2}}{3x}$

( $x \neq 0$ )

## تمرین

$10\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 27\sqrt{2}$

الف)  $2\sqrt{50} + \sqrt{32} + 2\sqrt{72}$

$2\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

ب)  $\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50}$

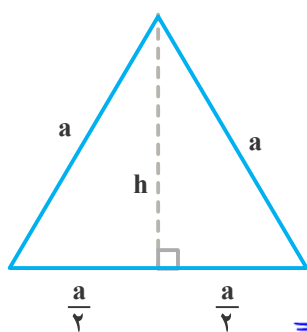
د)  $\sqrt[3]{\frac{-27}{64}} = -\frac{3}{4}$

۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

هـ)  $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + \sqrt{2})$   
 $= \sqrt{20} + \sqrt{2} - \sqrt{50} - \sqrt{10} = 2\sqrt{5} + \sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \sqrt{10}$

و)  $2\sqrt{48} - 3\sqrt{27} = 8\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

۲- اگر  $x < 0$  باشد، حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.



۳- محیط و مساحت مربعی به ضلع  $3\sqrt{5}$  سانتی متر را به دست

آورید.

$\text{محیط} = 4(3\sqrt{5}) = 12\sqrt{5}$

$\text{مساحت} = (3\sqrt{5})^2 = 45$

۴- شکل مقابل یک مثلث متساوی الاضلاع را به ضلع  $a$  نشان

می دهد. اندازه ارتفاع  $h$  را بر حسب  $a$  به دست آورید؛ سپس مساحت

آن را بر حسب  $a$  بنویسید.

$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow h^2 + \frac{a^2}{4} = a^2$   
 $\Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2 \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\text{مساحت} = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

۵- نقاط  $M$ ،  $N$ ،  $P$  و  $Q$  وسط‌های اضلاع مربع  $ABCD$

هستند. اگر مساحت مربع  $ABCD$ ،  $100$  مترمربع باشد، محیط مربع

$MNPQ$  چقدر است؟ فرض کنید اندازه ضلع مربع  $ABCD$ ،  $x$  باشد.

اندازه ضلع  $x^2 = 100 \Rightarrow x = \sqrt{100} = 10$

۷۶ اندازه ضلع مربع  $MNPQ$   $MN^2 = 5^2 + 5^2 = 50 \rightarrow MN = \sqrt{50}$

$\text{محیط مربع } MNPQ = 4\sqrt{50} = 4(5\sqrt{2}) = 20\sqrt{2}$

$\text{مساحت مربع } MNPQ = (\sqrt{50})^2 = 50$

$$r_1 \varepsilon + r_2 \varepsilon_1 \Sigma$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{4} \otimes \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} = 3 \quad \quad \quad \sqrt{4} \otimes \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{\frac{3}{11}} \ominus \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$$

$$\sqrt{u^2 + v^2} = \omega$$

الف)  $\sqrt{100} = 10$     ب)  $2\sqrt{9} = 6$     ج)  $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$     د)  $\sqrt[3]{8} = 2$

ه)  $\frac{2^{-5}}{2^{\oplus}} = \sqrt{64} = 8 = 2^3$   $\left( \frac{(\sqrt{12})^2}{4 \times 3^2} = 3^{\oplus} \right)$   $\left( \frac{12}{4 \times 3^2} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \right)$   $\left( 9^{\ominus} \Rightarrow 9^{\ominus} = -9 \right)$

ز)  $\frac{m^6 \times m^{-2}}{m^{\ominus}} = m$   $\left( 9\sqrt{-27} = \frac{3}{(-4)^3} \right)$   $\left( \frac{m^6}{m^2} = m^4 \Rightarrow 2 = 40 \right)$   $\left( 9 \times (-3) = -27 \Rightarrow \frac{t^3}{(-2)^3} = -27 \right)$

۱- مخارج کسره‌های زیر را گویا کنید.  $\left( \frac{t}{\frac{t}{1-x}} \right)^3 = 3^3$   $\left( \frac{t}{\frac{t}{1-x}} = 3 \right)$   $\left( t = -12 \right)$

الف)  $\frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{6}}$   $\left( \frac{2}{\sqrt{a^2}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{a} \right)$   $\left( \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \right)$

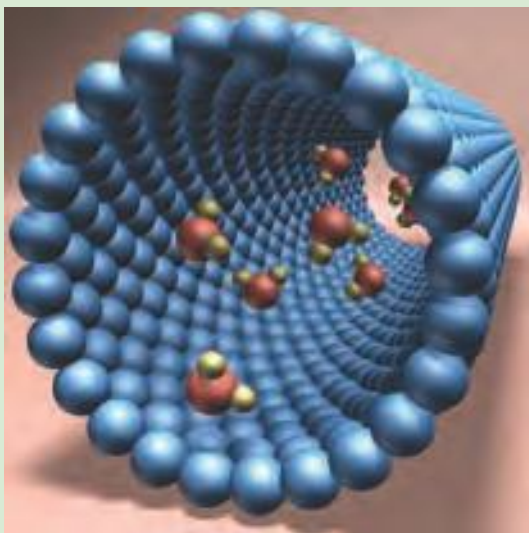
ب)  $\frac{2}{\sqrt{a^2}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{a}$

۹- آیا تساوی  $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$  همیشه درست است؟ توضیح دهید.

الف) تساوی همیشه درست است. ب) تساوی همیشه نادرست است. ج) اگر  $x \geq 0$ ، تساوی

درست است.

# خواندنی



فناوری نانو مجموعه‌ای از فرایندهای تفکیک، ادغام و تشکیل مواد در حد یک اتم یا مولکول است. یک نانومتر برابر  $10^{-9}$  متر؛ یعنی صدهزار برابر از قطر موی سر انسان کوچک‌تر است. کشور عزیز ما ایران بین ده کشور برتر در حوزه فناوری نانو قرار دارد.