

به نام خدا

۱) اگر عبارت « چهار عدد اول دورقمی متعاقب یکدیگر آن‌ها یک است » یک مجموعه را مشخص می‌کند
 اعضای آن مجموعه را بنویسید و اگر مجموعه نیست دلیل آن را بنویسید. مجموعه نیست چون اعدادی که
 این ویژگی را دارند بسته از ۴ تا هستند. ۱۱، ۳۱، ۴۱، ۶۱، ۷۱

۲) مجموعه $A = \{a, |a|, \sqrt{a}\}$ چند عضو دارد (م فرض کنید $a < 0$) در عضو
 چون $a < 0 \rightarrow |a| = -a$ و همچنین $\sqrt{a} = |a| = -a$ پس $A = \{a, -a\}$

۳) اعضای هر کدام از مجموعه های زیر را بنویسید.
 x باید یک عدد مربعی باشد که اگر یک واحد از آن اضافه کنیم یک مربع شود

$$A = \{x^2 \mid \frac{x^2}{x+1} \in \mathbb{N}, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\} = \{1^2, 4^2, 9^2\} = \{1, 16, 81\}$$

$x = 1, 4, 9$

$$B = \{(-1)^a + (-1)^b \mid a \in \mathbb{N}, \frac{b}{a} = 1\} = \{2, -2\}$$

a, b با هم مساوی هستند

$$\begin{cases} (-1)^{فرد} + (-1)^{فرد} = -1 - 1 = -2 \\ (-1)^{زوج} + (-1)^{زوج} = 1 + 1 = 2 \end{cases}$$

۴) مجموعه $A = \{2, 4, 9, \dots, 25\}$ را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) چند زیر مجموعه دارد که شامل ۲ باشد ولی ۴ نداشته باشد. $2^5 = 32$
 ب) چند زیر مجموعه دارد که شامل ۲ باشد ولی ۴ نداشته باشد.
 مجموعه A ۵ عضو دارد: ۲، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵. بجز ۲، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵ این اعضا ۲ یا ۴ دارند یا هر دو را دارند.

مجموعه A ۵ عضو دارد پس عدد ۲ انتخاب شده و عدد ۴ باید انتخاب شود
 بین ۱۰ عضو ۲ عضو $2^2 = 4$ است

ب) طولانی ترین پاد زنجیری که می‌توانیم بسازیم چند عضو دارد؟
 $\frac{10}{2} = 5$ طولانی ترین پاد زنجیر ۵ زیر مجموعه ها که عضو مربوط به شود

$$\{2, 0, 0, 0, 0, 0\} \rightarrow \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1} = 1$$

$$\frac{1 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1} = 1$$

۵) تمام اندازه های مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ که متوال قطعه $\{a, b, c\}$ هستند را بنویسید.

فرض می‌کنیم $B = \{a, b, c\}$

$B, \{d, e, f\}$ $B, \{d, e\}, \{f\}$ $B, \{f, e\}, \{d\}$ $B, \{f, d\}, \{e\}$ $B, \{f\}, \{d, e\}$

۶) با قیاس به تساوی داده شده، مقادیر x, y, z را بیابید.

$$\{\{3x-1, x+y\}, z+2\} = \{y-1, \{y+2\}\}$$

$$3x-1 = x+y = y+2 \Rightarrow x+y = y+2 \Rightarrow x=2$$

$$z+2 = y-1$$

$$z+2 = 3-1 \Rightarrow z+2=2 \Rightarrow z=0$$

$$3x-1 = y+2 \Rightarrow 3(2)-1 = y+2 \Rightarrow 5 = y+2 \Rightarrow y=3$$

۷) فرض کنید $A = \{a+b, 3\}$ و $B = \{b+1, 5, 1\}$ اگر $A \subseteq B$ و $a < b$ مقادیر a, b را بیابید.
 چون $A \subseteq B$ پس هر عضو که در A هست در B نیز باید موجود باشد.
 $b+1 = 3 \Rightarrow b=2$
 $a+b = 1 \Rightarrow a+2=1 \Rightarrow a=-1$
 $a+b = 3 \Rightarrow a+2=3 \Rightarrow a=1$
 $a+b = 5 \Rightarrow a+2=5 \Rightarrow a=3$
 قابل قبول نیست چون a از b کمتر است

۱) با توجه به مجموع $A = \{ \sqrt{4}, 2 \}$ و $\{ 2 \}$ و $\sqrt{4}, 2^2$ یا منحصر به فرد $A = \{ 4, 2 \}$

الف) مجموع A حین زیر مجموع دارد؟ $2^2 = 4$
 ب) در جای خالی علامت \subseteq یا \subset قرار دهید.

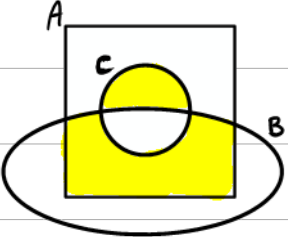
$\{ 2 \} \subset A$ $\{ 4 \} \subset A$ $\{ 2, 4 \} \subset A$ $\{ \{ 2 \} \} \subset A$

۹) اگر $n(A \cup B) = 20$ و $n(A \cap B) = 4$ در این صورت $(A - B)$ حداقل و حداکثر چند عضو دارد؟



۱۰) در یک کلاس ۱۷ نفره، تعداد افرادی که به فوتبال علاقه دارند ۶ برابر افرادی است که فقط به والیبال علاقه دارند و تعداد افرادی که به والیبال علاقه دارند با تعداد افرادی که فقط به فوتبال علاقه دارند برابر است و سه نفر نیز به هیچ کدام علاقه ندارند.

$17 - 3 = 14$
 $x + y = 4z \rightarrow \frac{4z}{x+y} + z = 14 \rightarrow 4z = 14(x+y) \rightarrow z = 3.5(x+y)$
 $y + z = x \rightarrow x + y + z = 14 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$
 $y = 14 - (x+y) = 5$



۱۱) هامور بسند $(A - B) \cap C \cup (B - C) \cap A$

۱۲) در پرتاب دو تاس می دانیم عدد یکی از تاس ها از تاس دیگر بزرگ تر شده است

حقیق احتمال دارد عدد هر دو تاس اول باشد. در پرتاب دو تاس، ۳۶ حالت ایجاد می شود که در آن حالت از آن ها، عدد دو تاس بهم برابر می شود یعنی تعداد حالت های که از دیگر بزرگتر است $\leftarrow (36 - 6 = 30)$
 حالت های که هر دو تاس اول هستند و برابر نیستند $\leftarrow (2, 3)$ و $(3, 2)$ ، $(3, 4)$ و $(4, 3)$ ، $(4, 5)$ و $(5, 4)$ ، $(5, 6)$ و $(6, 5)$ $\leftarrow P(A) = \frac{4}{36}$

۱۳) حاصل عبارت مقابل با کدام مجموع برابر است؟
 $(Q - N) \cap Z - (Z - W) = \{0\}$
 $\{0, -1, -2, \dots\} - \{-1, -2, -3, \dots\} = \{0\}$

۱۴) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{18} - 12}{\sqrt{2} - 4}$ به چند تا از مجموع های زیر تعلق دارد؟
 $(Q - Z)$ ، $(W \cap Q)$ ، $(N - Q')$ ، $(Z - W)$ ، $(R - Q')$
 $\frac{\sqrt{18} - 12}{\sqrt{2} - 4} = \frac{3\sqrt{2} - 12}{\sqrt{2} - 4} = \frac{3(\sqrt{2} - 4)}{\sqrt{2} - 4} = 3$
 $W \cap Q = W$ ، $3 \in W$
 $N - Q' = N$ ، $3 \in N$
 $R - Q' = Q$ ، $3 \in Q$

۱۵) بزرگترین عدد زوج کوچکتر از ۲۰۰ را به گونه ای مشخص کنید که اگر آن را به جای a قرار دهیم کسر کوچکتر از واحد

$43 = 2 \times 5 \times 3^2 \times 7$
 مولد عدد اعشاری مختوم شود.
 برای اینکه مختوم تولید شود، باید $(3^2 \times 7)$ از خارج حذف شود \leftarrow باید مضرب 43 باشد $\leftarrow a = 126$

(۱۶) حاصل عبارت زیر را با یک کسر تحول یابنده نشان دهید

$$(\frac{1}{\sqrt{6}})^2 \div 7\sqrt{3} - 7\sqrt{9} =$$

$$(\frac{1}{\sqrt{6}})^2 \div \frac{1}{\sqrt{3}} - 7 \cdot 3 = \frac{1}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

(۱۷) اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -4 < x < 4\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{R}, -1 < x < 3\}$ در این صورت هر کدام از مجموعه‌ها A و B را در محور اعداد نمایش دهید و $(A-B)$ را با یک درجانه بنویسید.



(۱۸) اگر $-1 < x < 0$ حاصل عبارت زیر را بیابید:

$$|x-1| + x|x+1| - |x^2-x| - \sqrt{x^2} = -x+1 + x(x+1) - (x^2-x) - (-x) = -x+1 + x^2+x - x^2+x + x = 2x+1$$

(۱۹) معادله زیر را حل کنید و تمام جواب‌ها را بنویسید.

$$| |x-2| - 5 | = 3 \Rightarrow \begin{cases} |x-2| - 5 = 3 \rightarrow |x-2| = 8 \rightarrow \begin{cases} x-2 = 8 \rightarrow x = 10 \\ x-2 = -8 \rightarrow x = -6 \end{cases} \\ |x-2| - 5 = -3 \rightarrow |x-2| = 2 \rightarrow \begin{cases} x-2 = 2 \rightarrow x = 4 \\ x-2 = -2 \rightarrow x = 0 \end{cases} \end{cases}$$